



Mat-TO

**CON IL PATROCINIO
DELL'ASSOCIAZIONE SUBALPINA MATHESIS**

GARA DI MATEMATICA PER IL PUBBLICO

Venerdì 11 marzo 2022

Problema 1 – Un andamento auspicato

30 punti

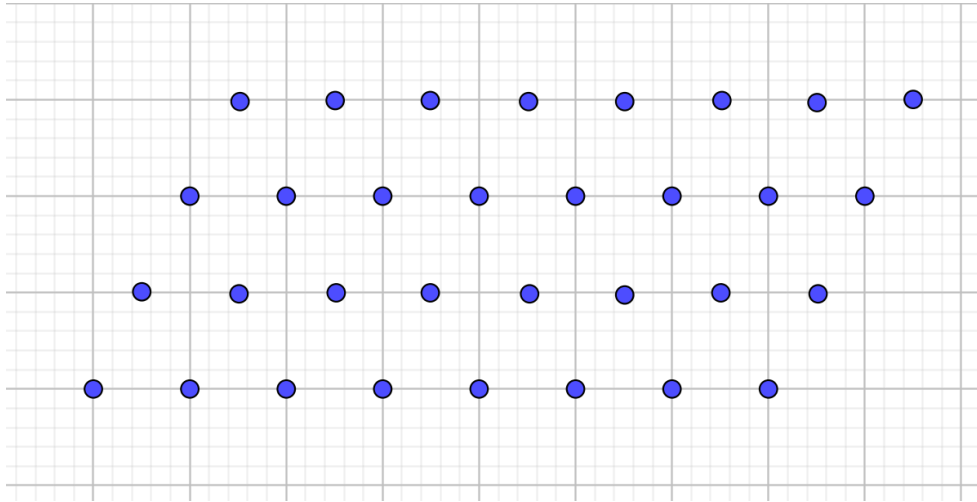
Una grande epidemia sta colpendo l'intero pianeta (sigh...). L'Organizzazione Mondiale della Sanità ha rilevato 12.650.200 contagiati e poi ha continuato a rilevarne il numero a cadenza settimanale riscontrando 10.120.160 contagiati dopo una settimana e 8.096.128 contagiati dopo due settimane dalla rilevazione iniziale. Ipotizzando che l'andamento del contagio prosegua con regolarità, dopo quante settimane dalla rilevazione iniziale l'umanità sarà finalmente completamente libera dal contagio?

Problema 2 – Percorso minimale

40 punti

Inspirandosi alla tovaglia a pois che la mamma ha utilizzato per il pranzo, Claudio segna su un foglio a quadretti quattro file di otto punti ciascuna come in figura. I punti si trovano sui vertici dei quadretti (per due file) o a metà quadretto (per le altre due). I quadretti hanno lato unitario. Claudio si chiede: quanto misura la più breve linea chiusa, senza incroci, a mo' di circuito automobilistico, che passi per tutti i punti?

Detto R il risultato, dare come risposta la parte intera di $100R$.



Problema 3 – Caso 2022 per l'ispettore di M. Smullyan

45 punti

In un caso di furto sono coinvolti quattro imputati, A, B, C, D. Vengono accertati i seguenti quattro fatti:

- (1) Se A e B sono entrambi innocenti, allora C è colpevole.
- (2) Se B è colpevole, allora o C fu suo complice oppure A è innocente.
- (3) Se D è innocente, allora A è colpevole.
- (4) Se C è innocente, allora D è colpevole.

Alla luce dei suddetti fatti, calcolare la probabilità $P(A)$ che A sia colpevole.

Si ipotizzi l'equiprobabilità degli eventi elementari che verranno individuati.

Dare come risposta la parte intera di $1000 \times P(A)$.

Problema 4 – Vaccinatori ottimali

45 punti

Il direttore di un centro vaccinale deve procedere con la vaccinazione di 1000 persone ed ha a disposizione 10 postazioni per vaccinazione e 10 desk per la registrazione propedeutica alla vaccinazione stessa ma soltanto 11 operatori (tutti in grado di svolgere sia le attività di registrazione sia quelle di vaccinazione).

La procedura consiste in una fase iniziale di registrazione al desk della durata di 3 minuti, seguita dall'attività di vaccinazione della durata di 5 minuti, mentre i tempi di trasferimento fra le varie postazioni sono trascurabili.

Per motivi igienici, inoltre, gli addetti non possono variare la loro mansione (registratori o vaccinatori) durante l'intero svolgersi delle operazioni.

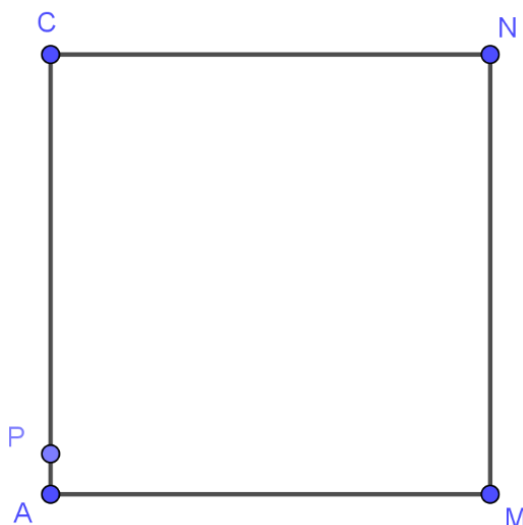
Al fine di concludere le operazioni nel minor tempo possibile, quanti operatori il direttore dovrà incaricare delle attività di vaccinazione?

Problema 5 – In buca!

50 punti

Tolomeo è un grande campione di biliardo e raccoglie la sfida di mostrare la sua bravura su un particolare biliardo di forma quadrata con il lato di 2 metri. Dopo un attimo di esitazione e aver studiato la situazione, il campione posiziona una pallina contro una sponda a 20 cm da un vertice del quadrato, colpisce con la stecca e, dopo esattamente tre sponde... va in buca!

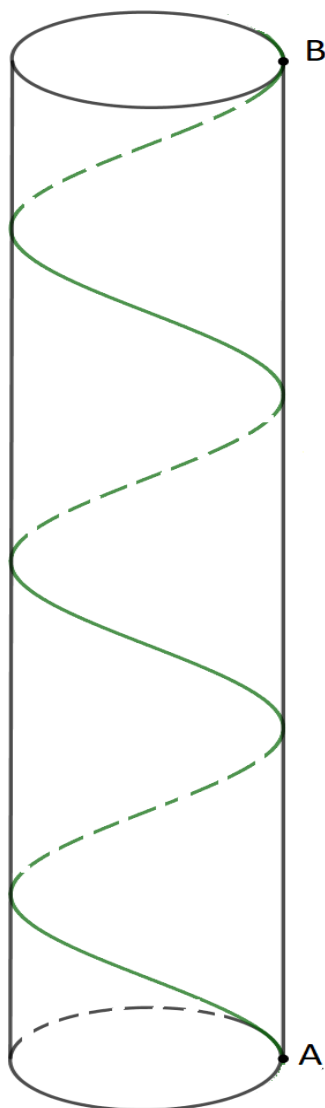
Riferendoci alla figura sottostante, supponendo che la pallina sia inizialmente contro la sponda AC (punto P), che colpisca dapprima la sponda CN e finisca in buca in C, quale distanza ha percorso la pallina prima di andare in buca? (esprimere il risultato in millimetri e troncando il numero all'intero).



Problema 6 – Formica al cilindro

50 punti

Una formichina cammina sulla superficie di un cilindro partendo dal punto A (situato sulla base a terra del cilindro) in figura e raggiungendo il punto B (situato all'altra base sulla verticale rispetto ad A). Essa percorre una traiettoria descritta da un punto che si muove con moto elicoidale, costituito da un moto circolare uniforme e da un moto rettilineo uniforme in direzione parallela all'asse di rotazione. Sapendo che il raggio del cilindro misura 1 cm , che la sua altezza vale 9 cm e che la formichina gira 3 volte attorno al cilindro prima di raggiungerne la cima (in B) qual è la lunghezza, in cm , del tragitto percorso dalla formica? Porre $\pi = 3,1416$. Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre senza tener conto dell'eventuale virgola.



Problema 7 – Pascal indaga

60 punti

Dopo il successo dell'ispettore di Smullyan anche Pascal si cimenta nei gialli... ma a modo proprio. Sappiamo che i tre noti criminali A, B, C a volte lavorano insieme:

- nel 20% dei casi in cui A è colpevole, anche B è colpevole;
- nel 20% dei casi in cui B è colpevole, anche C è colpevole;
- nel 20% dei casi in cui C è colpevole, anche A è colpevole.

Inoltre:

- nel 25% dei casi in cui C è colpevole, anche B è colpevole;
- nel 25% dei casi in cui B è colpevole, anche A è colpevole.

Dei casi nei quali A è colpevole, in quale percentuale è colpevole anche C?

Dare come risposta il numero che rappresenta la percentuale moltiplicato per 100.

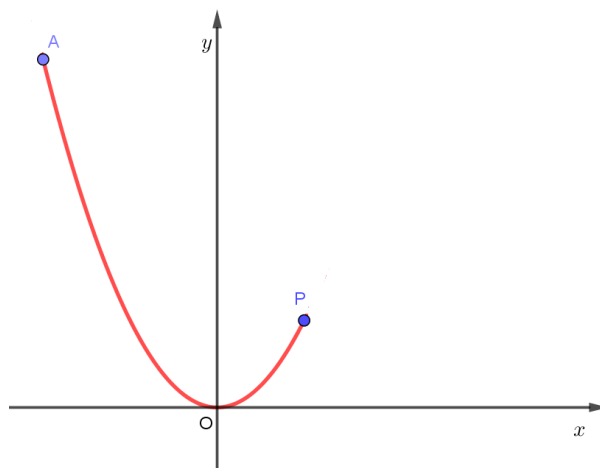
Problema 8 – Pallina rotolante

60 punti

Una pallina rotola all'interno di un contenitore parabolico, come in figura, partendo dal punto A ed arrivando a P in cui è libera. La traiettoria sia quindi una curva piana. Riferendo il tutto ad un sistema di assi cartesiani ortonormali, si sa che A ha coordinate $(-2,4)$, mentre è P $(1,1)$. Non tenendo conto delle dimensioni della pallina (pensata puntiforme e di massa a piacere), immaginando assenza di attriti, si chiede quale sia l'ascissa del punto in cui la pallina tocca terra (cioè l'asse delle x) dopo essere uscita da P.

Si immagini di utilizzare come misura il metro e, per i calcoli, si adoperino approssimazioni alla quarta cifra decimale. Si assuma $9,8 \text{ (m/sec}^2\text{)}$ come valore di g (accelerazione di gravità).

Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre del risultato escludendo la virgola.



Problema 9 – Magia con le carte

60 punti

Alberto possiede un mazzo di 57 carte numerate con i numeri naturali appunto da 1 a 57 inizialmente poste in ordine crescente. Presenta questo gioco a Bruno: distribuisce le carte ad una ad una su tre mucchi - col numero visibile, a cominciare da 1 - chiedendo a Bruno di fissare una carta senza comunicarglielo. Dopo la prima smazzata Alberto chiede a Bruno in quale dei tre mucchi si trova la carta da lui scelta. Alberto inserisce il mucchio indicato da Bruno in mezzo agli altri due ricostituendo il mazzo completo. L'azione si ripete alcune volte finché Alberto, col mazzo di carte completo in mano, "sorteggia" proprio la carta scelta da Bruno.

Quante smazzate al massimo servono per indovinare la carta (o il numero)?

Per chiarezza ecco come si presentano (in colonna) i tre mucchietti dopo la prima smazzata (la numerazione può essere rovesciata e, nel caso, la prima colonna permutata con la terza):

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
13	14	15
16	17	18
19	20	21
22	23	24
25	26	27
28	29	30
31	32	33
34	35	36
37	38	39
40	41	42
43	44	45
46	47	48
49	50	51
52	53	54
55	56	57

Problema 10 – Calcolo enigmatico 2022**65 punti**

$$AB \quad \times \quad AB \quad = \quad CDE$$

$$+ \quad \quad \quad + \quad \quad \quad -$$

$$FGB \quad : \quad G \quad = \quad BG$$

$$GHC \quad + \quad LF \quad = \quad GDD$$

A lettera uguale corrisponde cifra uguale (e a lettera diversa cifra diversa).

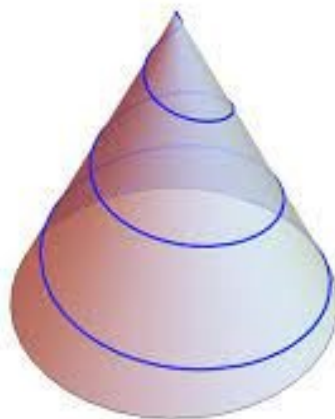
La prima cifra non è mai lo zero (come semplicità comanda).

Quale numero corrisponde alla stringa AHGB?

Problema 11 – Formica al cono**80 punti**

Una formichina sale sulla superficie di un cono circolare retto, partendo dal basso fino alla punta del cono stesso. L'animaletto percorre esattamente 3 giri completi per arrivare in cima (vedi figura) a mo' di spirale e ad ogni giro sale di un terzo di quota. Se si tagliasse il cono lungo una direttrice e se lo si sviluppasse su un piano le tracce del percorso della formica sarebbero 3 archi di circonferenze concentriche. Sapendo che le dimensioni del cono sono: apotema = 3, raggio di base = $\frac{3}{4}$, calcolare la lunghezza del percorso della formichina.

Per i calcoli usare approssimazioni per difetto alla quarta cifra decimale. Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre del risultato omettendo la virgola.



Problema 12 – Formica al tronco di cono

85 punti

Una formica si muove sopra la superficie di un tronco di cono alto 4 m e avente basi con raggi rispettivamente 3 m e 6 m .

Segue il percorso di lunghezza minima che, facendo un giro completo intorno all'asse di rotazione, parte da un punto sul bordo di una faccia e arriva al corrispondente punto sul bordo dell'altra faccia. Quanti centimetri è lungo il percorso?

